Введение

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Максимальное количество баллов, которое может получить участник, равно 35.

Задания допускают несколько различных вариантов решений. Кроме того, необходимо оценивать частичные продвижения в задачах (например, разбор важного случая, доказательство вспомогательного утверждения, нахождение примера и т. п.). Кроме того, возможны логические и арифметические ошибки в решениях. Окончательные баллы по задаче должны учитывать всё перечисленное.

По каждой задаче приведены критерии проверки. Критерии проверки опираются на классические правила математических олимпиад, в том числе принятые на всероссийской олимпиаде школьников:

а) любое правильное решение оценивается в 7 баллов. Недопустимо снятие баллов за то, что решение слишком длинное, или за то, что решение школьника отличается от приведённого в методических разработках;

б) недопустимо снятие баллов в работе за неаккуратность записи решений;

в) баллы не выставляются «за старание», в том числе за запись в работе большого по объёму текста, не содержащего продвижений в решении задачи;

г) черновики не проверяются.

Для единообразия оценки работ участников олимпиады из разных райнов и с целью исключения при этом ошибок, Краевая предметно-методическая комиссия планирует перепроверку части работ участников муниципального этапа с наибольшими баллами.

6 класс

1. Приведите пример двузначного числа, у которого произведение цифр, умноженное на сумму цифр, равно 546. Не забудьте обосновать правильность примера.

Ответ: 67 или 76, других примеров нет.

Решение: Для того чтобы подобрать этот ответ, достаточно заметить, что $546 = 6 \times 7 \times 13$. Кроме того, вполне можно найти это решение, перебирая пары цифр или попросту двузначные числа.

Комментарии.

Любой из примеров с проверкой правильности — 7 баллов.

Только ответ — 1 балл.

2. По кругу расставлены 18 положительных целых чисел. Сумма любых четырёх подряд стоящих чисел равна 40. Сколько среди этих чисел может быть различных? Приведите все варианты.

Ответ: одно (все равны 10) или два чередующихся, например, 15 и 5.

Решение: выберем произвольно число и назовём его первым. Далее пойдём по часовой стрелке. Сумма первых четырёх равна сумме чисел со второго по пятое. Тогда первое и пятое равны. Продолжая дальше по кругу, получаем, что числа на местах $1,\ 5,\ \ldots 17$ равны. Кроме того, по тем же соображениям, 17-е и 3-е равны. Продолжая далее, получаем, что все числа на нечётных местах равны. Аналогично для чётных мест. Итого весь круг разбивается на две независимые цепочки равных чисел.

Комментарии.

Верное решение — 7 баллов.

Только ответ — 0 баллов.

Найден один ответ из двух возможных — 2 балла.

3. Найдите наименьшее пятизначное число, которое делится нацело на 83, а все его цифры различны.

Ответ: 10375.

Решение: Наименьшее пятизначное с различными цифрами: $10234 = 123 \cdot 83 + 25$. Прибавив $58 = 83 - 25$, получим кратное 83 число 10292, оно не подходит, прибавим ещё 83, получим ответ.

Комментарии.

Верное решение — 7 баллов.

Только ответ, отсутствует доказательство минимальности — 0 баллов.

4. Можно ли клетчатый бумажный квадрат 14×14 клеток разрезать “по клеточкам” на несколько прямоугольников, каждый из которых имеет размеры 2×5 или 3×9 клеток?

Ответ: нет, нельзя.

Решение: Число 196 не представимо в виде суммы двух натуральных чисел, одно из которых делится на 10, другое — на 27. Для доказательства этого утверждения заметим, что ни одно из чисел 196, $196 - 10 = 186$, $196 - 20 = 176$, 166, 156, $\ldots$ 16, 6 не делится на 27. Действительно, чтобы число $27m$ оканчивалось на 6, необходимо, чтобы m оканчивалось на 8, но $27 \cdot 8 > 196$.

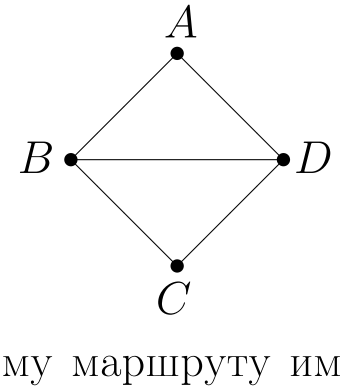
Комментарии.

Верное решение — 7 баллов.

Только ответ — 0 баллов.

Сформулировано основное утверждение, но не доказано — 2 балла.

5. На карте обозначены 4 деревни: A, B, C и D, соединенные дорогами (см. рисунок). В справочнике написано, что на маршрутах A-B-C и B-C-D по 10 ям, на маршруте A-B-D — 22 ямы, а на маршруте A-D-B — 45 ям. Туристы хотят добраться из A в D так, чтобы на их пути было как можно меньше ям. По какому маршруту им надо идти? Не забудьте доказать, что на выбранном маршруте действительно ям меньше всего.



Ответ: $ABCD$.

Решение: Есть всего три пути, не проходящих по одной дороге дважды: AD, ABD, $ABCD$. На ABD 22 ямы, следовательно, на BD их не более 22. На ADB 45 ям, при этом на BD — не более 22, следовательно, на AD — не менее 23. На ABC и BCD по 10 ям, следовательно, на $ABCD$ — не более 20. Итак, на $ABCD$ меньше ям, чем на AD или ABD.

Комментарии.

Верное решение — 7 баллов.

Только ответ — 0 баллов.

Верное рассуждение и ответ, но с арифметическими ошибками в подсчёте ям — 6-7 баллов.